

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. วิธีการแบบเปิด (Open Approach)
3. ทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิด ทำให้คิดอย่างสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยในการวางแผน คำนวณ การแก้ปัญหา ตัดสินใจ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมถูกต้อง นอกจากนี้แล้วคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี และรวมไปถึงศาสตร์อื่น ๆ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ในการดำรงชีวิต และยังช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น จนสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง
2. การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
3. เรขาคณิต รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric

Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

4. พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรม เลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ ในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิรนัยภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนไชยวิทยา

ในการจัดทำวิจัยเรื่อง การส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนไชยวิทยา โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนไชยวิทยา คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 และโครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ดังตารางที่ 2.1

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี
ตารางที่ 2.1 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2
Copyright © Suratthani Rajabhat University

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
1	ทศนิยมและเศษส่วน	ค.1.1 ม.1/1 ค.1.2 ม.1/2 ค.6.1 ม.1/1 ค.6.1 ม.1/2 ค.6.1 ม.1/3 ค.6.1 ม.1/4 ค.6.1 ม.1/5 ค.6.1 ม.1/6	- ทศนิยม - การเปรียบเทียบทศนิยม - การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม - เศษส่วน - การเปรียบเทียบเศษส่วน - การบวก การลบ การคูณ และการหาร เศษส่วน - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน	15	30

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
2	การประมาณค่า	ค.1.3 ม.1/1 ค.6.1 ม.1/1 ค.6.1 ม.1/2 ค.6.1 ม.1/3 ค.6.1 ม.1/4 ค.6.1 ม.1/5	- การประมาณค่าและการนำไปใช้	7	12
3	คู่อันดับและกราฟ	ค.4.2 ม.1/4 ค.4.2 ม.1/5 ค.6.1 ม.1/1 ค.6.1 ม.1/2 ค.6.1 ม.1/3 ค.6.1 ม.1/4 ค.6.1 ม.1/5	- กราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉาก	11	18
4	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ค.4.1 ม.1/1 ค.4.2 ม.1/1 ค.4.2 ม.1/2 ค.4.2 ม.1/3 ค.6.1 ม.1/1 ค.6.1 ม.1/2 ค.6.1 ม.1/3 ค.6.1 ม.1/4 ค.6.1 ม.1/5	- ความสัมพันธ์ของแบบรูป - สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหา - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	15	22
5	ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ค.3.1 ม.1/4 ค.3.1 ม.1/5 ค.3.1 ม.1/6 ค.6.1 ม.1/4 ค.6.1 ม.1/5 ค.6.1 ม.1/6	- ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ - ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ - การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนให้	12	18
รวมตลอดภาคเรียน				60	100

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค21102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เวลา 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน จำนวน 1.5 หน่วยกิต ภาคเรียนที่ 2

ศึกษาความรู้พื้นฐานเบื้องต้น ฝึกทักษะการคิดคำนวณ การให้เหตุผล และฝึกการแก้ปัญหาในเรื่องต่อไปนี้ ทศนิยมและ เศษส่วน การบวก ลบ คูณ หารทศนิยมและเศษส่วน การเปรียบเทียบทศนิยมและเศษส่วน ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน การแก้ปัญหาทศนิยมและเศษส่วน การประมาณค่า การประมาณค่าในการคำนวณในสถานการณ์ต่าง ๆ และการนำไปใช้แก้ปัญหาเบื้องต้นและกราฟ การเขียนกราฟ การอ่านและแปลความหมายกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉาก สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความสัมพันธ์ของแบบรูป แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ระบุภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ วาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงานเพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการในการคำนวณ การแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ มีความรอบคอบ รับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

รหัสตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.1/1 ม.1/2 ม.1/1

ค 3.1 ม.1/4 ม.1/5 ม.1/6

ค 4.1 ม.1/1 ม.1/1 ม.1/2 ม.1/3 ม.1/4 ม.1/5

ค 5.2 ม.1/1

ค 6.1 ม.1/1 ม.1/2 ม.1/3 ม.1/4 ม.1/5 ม.1/6

รวม 19 ตัวชี้วัด

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในการจัดทำวิจัยเรื่อง การส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนไผทวิทยา โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนแบบปรนัย จำนวน 1 ชั่วโมง และแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 1 ชั่วโมง และดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด

4 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ละ 3 ชั่วโมง รวม 12 ชั่วโมง จากนั้นทำการทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนแบบปรนัย จำนวน 1 ชั่วโมง และแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 1 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 16 ชั่วโมง ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 เนื้อหาที่สอนในแต่ละชั่วโมง เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั่วโมงที่	เรื่องที่สอน
1	ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน
2	ทดสอบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
3	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องจำนวน)
4	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องจำนวน)
5	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องจำนวน)
6	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องอายุ)
7	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องอายุ)
8	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องอายุ)
9	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องเงิน)
10	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องเงิน)
11	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องเงิน)
12	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต)
13	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต)
14	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต)
15	ทดสอบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
16	ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

วิธีการแบบเปิด (Open Approach)

ในการวิจัยเรื่อง การส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนไชยวิทยา โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีการแบบเปิดมีรายละเอียดดังนี้

ความหมายของวิธีการแบบเปิด

สุลัดดา ลอยฟ้า (2552) ได้กล่าวถึงวิธีการแบบเปิด ว่าหมายถึง ขั้นตอนการสอนที่มุ่งเตรียมพร้อมผู้เรียนด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นปัญหาที่กระตุ้นการคิดวิเคราะห์สืบเสาะในการหาแนวทางในการแก้ปัญหา สามารถสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมด้วยประสบการณ์ที่ผ่านมา

นุชนาฏ ม่วงมุลตรี และคณะ (2549 : 19) ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิดว่า เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ต้องอาศัยทักษะกระบวนการคิดค่อนข้างมากทั้งตัวครูผู้สอนและนักเรียน ซึ่งจะเน้นในเรื่องของการเปิดความคิดของผู้เรียนได้คิดกว้าง คิดหลากหลาย และคิดสร้างสรรค์มากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้จากบริบทของเนื้อหา ดังนั้นกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะนำมาใช้นี้จะเป็นกิจกรรมที่ต้องมีความหลากหลายและเป็นสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิด

ลัดดา ศิลาน้อย (2549) ได้ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิดว่า เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ให้มีลักษณะเป็นปัญหาแบบเปิดกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด โดยกำหนดสถานการณ์ให้แก่ปัญหา ซึ่งวิธีการแบบเปิดเป็นการสอนแนวใหม่ที่มีลักษณะคล้ายกับการสอนแบบการแก้ปัญหาและการสอนแบบสืบสวนสอบสวน แต่กิจกรรมการเรียนการสอนที่นำมาใช้ในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จะต้องอาศัยกระบวนการคิดค่อนข้างมากทั้งครูผู้สอนและนักเรียน

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547 : 30 อ้างถึงใน ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล, 2557 : 10) กล่าวถึงวิธีการแบบเปิด ว่าหมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ให้มีลักษณะเป็นปัญหาแบบเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด

Becker & Shimada (1997 : 23 อ้างถึงใน พัทธยากร บุศสยา, 2559 : 25) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิดนั้นเป็นวิธีการสอนโดยครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียน ซึ่งสถานการณ์ปัญหานั้นไม่จำเป็นที่จะต้องมีการแก้ปัญหาหรือมีคำตอบเพียงอย่างเดียว คือต้องใช้ความหลากหลายของกระบวนการในปัญหา ที่ทำให้นักเรียนได้ประสบการณ์ในการค้นพบสิ่งใหม่โดยใช้ความรู้ ทักษะและการคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีอยู่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียนจะต้องช่วยให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม นักเรียนสามารถค้นหาหรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และทักษะที่มีอยู่ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาตรวจสอบผลลัพธ์ รวมถึงได้ทราบความคิดที่แปลกใหม่จากนักเรียนคนอื่น ๆ และเปรียบเทียบความแตกต่างกับแนวคิดของตนเองแล้วนำมาปรับปรุงเพื่อพัฒนาแนวคิดต่อไป

จากการศึกษาความหมายของวิธีการแบบเปิด สามารถสรุปได้ว่า วิธีการแบบเปิด หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิด แสดงวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผู้เรียนได้แสวงหาความรู้และลงมือปฏิบัติจริง จนเกิดเป็นความรู้ได้ด้วยตนเอง

แนวคิดเกี่ยวกับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด

Nohda (2000 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2555 : 11 - 12) กล่าวว่ากิจกรรมทางการศึกษาควรเป็นไปเพื่อให้ผู้เรียนในปัจจุบันเกิดการเรียนรู้เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้ในอนาคต ในขณะเดียวกันผู้เรียนก็จำเป็นต้องมีคุณสมบัติเพื่อทำให้ชีวิตประสบผลสำเร็จ ดังนั้นเราจึงจะต้องพิจารณาว่าทำอย่างไรถึงจะกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละคนค้นหาแนวทางชีวิตสำหรับตัวเองได้ โดยอาศัยแนวคิด ทักษะความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น เราจะต้องพยายามอย่างเต็มที่ที่จะทำให้เกิดความ

เชื่อมั่นว่า กิจกรรมทางการศึกษาทุกชนิดเป็นสภาพแวดล้อมที่ดีที่สุดสำหรับการเรียนรู้ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพ ความชัดเจนอีกอย่างหนึ่งสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือ นักเรียนส่วนมากที่สามารถเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้ด้วยตนเอง เมื่อถึงชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายกลับรู้สึกว่าจะไม่มีความจำเป็นที่จะต้องเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกินระดับมัธยมศึกษา ซึ่งสิ่งนี้น่าจะเป็นผลมาจากลักษณะของคณิตศาสตร์ที่มันยาก ไม่ว่าจะเป็นเรื่องความเป็นโครงสร้าง ความเป็นนามธรรม หรือความที่ต้องมีกฎเกณฑ์มากมาย

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2555 : 12 - 13) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปครูจะมีหน้าที่คอยช่วยเหลือให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ รวมถึงมีหน้าที่ขยายความ รายละเอียดเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์และเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และรวมทั้งเรื่องอื่น ๆ ด้วย แต่การสอนคณิตศาสตร์ที่ดำเนินไปตามแนวทางแบบเดิมของครูไม่สามารถที่จะเปิดใจของผู้เรียนได้ ถึงแม้ว่ากระบวนการและผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์จะน่าสนใจ แต่ในทางตรงกันข้าม การสอนที่ขึ้นชมกับแนวคิดของนักเรียนมากเกินไปก็จะนำไปสู่การสิ้นสุดกิจกรรมที่มีคุณภาพทางคณิตศาสตร์และในที่สุดก็ไม่สามารถเปิดใจนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดจึงมีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่สามารถตอบสนองความสามารถของของตนเองได้ควบคู่ไปกับการยกระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ของตนเองและในกลุ่ม และสามารถเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ หรือกล่าวได้ว่าครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการสอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของผู้เรียนให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้การเจรจาต่อรองความหมายกับคนอื่น โดยอาศัยการชี้แนะของครู นอกจากนี้ครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดต้องพยายามสนับสนุนให้ผู้เรียนได้มีการบริหารจัดการตนเองเพื่อขยายต่อกิจกรรมในเชิงคณิตศาสตร์ การสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิดมุ่งเน้นที่จะเปิดใจของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์มากกว่าเน้นการสอนเนื้อหาให้ครบ

การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดยึดหลัก 3 ประการ ดังนี้

1. มีความสัมพันธ์กับความเป็นอิสระของกิจกรรมนักเรียน นั่นคือ จะต้องตระหนักในคุณค่าของกิจกรรมของนักเรียนโดยที่ครูจะพยายามไม่เข้าไปสอดแทรกโดยไม่จำเป็น
2. มีความสัมพันธ์กับธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะในเชิงวิวัฒนาการ และเชิงบูรณาการ เนื่องจากเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็ระบบและมีความเป็นทฤษฎี เพราะฉะนั้นความรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่มีความสำคัญมากเท่าใดก็ยิ่งทำให้เกิดความรู้ที่มีลักษณะเชิงอุปมา มีความพิเศษ และความเป็นลักษณะทั่ว ๆ ไปมากขึ้นเท่านั้น อุปมาเทียบได้กับว่าความรู้ที่มีความสำคัญมากก็ยิ่งจะรู้ได้ล่วงหน้าว่าสามารถเปิดประตูสู่โลกแห่งความกว้างได้มาก ในขณะที่เดียวกันความรู้ต้นกำเนิดที่มีความสำคัญก็จะได้รับการสะท้อนอีกหลาย ๆ ครั้งต่อมาบนเส้นทางวิวัฒนาการเกี่ยวกับความรู้

ทางคณิตศาสตร์ การได้มีโอกาสไตร่ตรองหลาย ๆ ครั้งเกี่ยวกับความรู้ต้นกำเนิดนั้นเป็นแรงผลักดันให้ก้าวเข้าไปสู่ประตูของโลกแห่งความกว้างที่กล่าวมา

3. มีความสัมพันธ์กับการตัดสินใจที่มีประโยชน์ของครูในห้องเรียนคณิตศาสตร์ บ่อยครั้งที่ครูจะต้องเผชิญกับแนวคิดของนักเรียนที่ครูไม่ได้คิดมาก่อน ในลักษณะนี้ครูจะต้องมีลักษณะสำคัญในการที่จะทำให้แนวคิดเหล่านั้นได้มีบทบาทอย่างเต็มที่ในชั้นเรียน และพยายามอย่างจริงจังว่าทำอย่างไรนักเรียนคนอื่นจะสามารถเข้าใจได้แท้จริง เกี่ยวกับแนวคิดที่ไม่ได้คิดมาก่อน

กิจกรรมการเรียนการสอนที่อาศัยทักษะกระบวนการคิดทั้งครูผู้สอนและตัวนักเรียน จะเน้นในเรื่องการเปิดความคิดของผู้เรียนให้ผู้เรียนได้คิดกว้าง คิดหลากหลาย และคิดสร้างสรรค์มากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้ตามบริบทของเนื้อหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน

ขั้นที่ 3 การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

โดยทั่วไปการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหา 3 สถานการณ์ดังนี้

สถานการณ์ A คือ กำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาสถานการณ์หนึ่ง

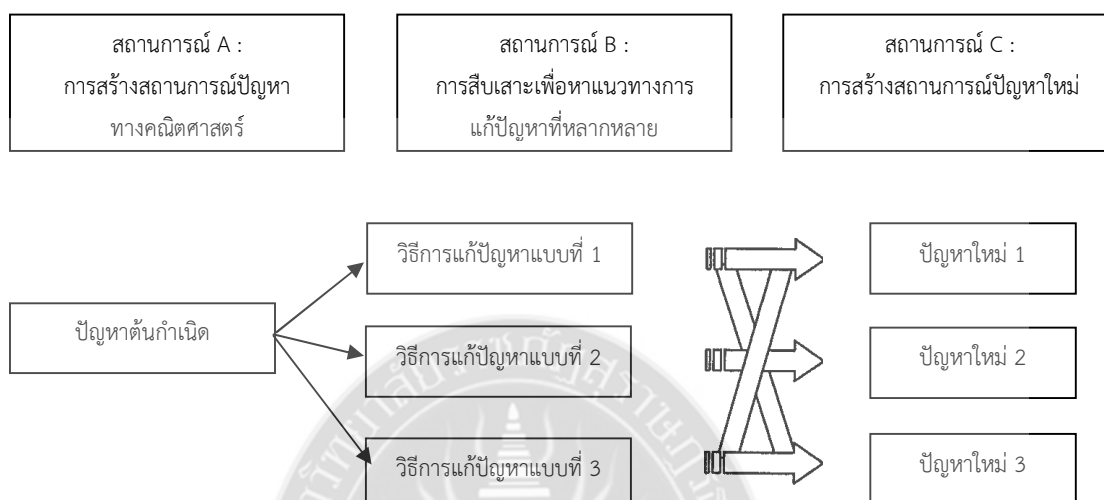
สถานการณ์ B คือ สืบเสาะเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย

สถานการณ์ C คือ สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ก้าวหน้ากว่าเดิม

ในสถานการณ์ A คือ ซึ่งเป็นการกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาหนึ่งบทบาทของครู คือ นำสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาคำถามหนึ่งมาแนะนำให้นักเรียนบทบาทของนักเรียน คือ นำสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาคำถามนั้นที่ตอบสนองต่อประสบการณ์เรียนรู้ของตนเอง

ในสถานการณ์ B ซึ่งเป็นช่วงของการสืบเสาะเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายนั้น นักเรียนจึงถูกคาดหวังว่าจะค้นพบแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์ของตนเอง ส่วนครูพยายามชี้แนะให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวทางคำตอบที่ดูเหมือนจะไม่เกี่ยวข้องกันเลยในตอนแรกให้สามารถรวมกันเป็นความรู้ในระดับสูงขึ้นในระยะต่อมา

ในสถานการณ์ C ซึ่งเป็นการสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ก้าวหน้ากว่าเดิม นักเรียนต้องพยายามสร้างปัญหาที่มีความเป็นกรณีทั่วไป (Generalization) มากขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์ B และจากการที่ได้แก้ปัญหาเหล่านั้นนักเรียนจะสามารถค้นพบแนวทางคำตอบที่มีลักษณะเป็นกรณีทั่วไปได้มากขึ้น



ภาพที่ 2.1 สถานการณ์การสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด (Open-Approach Method)

ที่มา : ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2555

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด สามารถสรุปได้ว่า ครูที่เป็นผู้สอนจะเป็นผู้กำหนดปัญหาหรือสถานการณ์ให้นักเรียนเป็นผู้คิด ซึ่งปัญหานั้นจะเป็นลักษณะปัญหาแบบเปิดคือมีวิธีการหรือคำตอบที่หลากหลาย แล้วจากคำตอบที่ได้ของนักเรียนก็นำคำตอบนั้นมาคิดต่อทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดได้ความรู้ในขั้นที่สูงขึ้น ช่วยตอบสนองความสามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียนได้

ปัญหาปลายเปิด

1. ความหมายของปัญหาปลายเปิด

Becker & Shimada (1997 : 1 อ้างถึงใน พัทธยากร บุศสุยา, 2559 : 30) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดนั้นจะไม่ได้สนใจที่คำตอบของปัญหา แต่ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีวิธีการหรือการได้มาซึ่งคำตอบที่หลากหลาย กล่าวคือไม่ได้มีกระบวนการเดียวเท่านั้นในการหาคำตอบแต่มีหลายกรณีหรือหลายวิธีในการแก้ปัญหา

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550 : 5) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ (มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ) มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

จิตติมา ขอบเอียด (2551 : 10) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่ไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจ เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่เปิดกว้างในการหาคำตอบได้หลายวิธี

ศศิธร แม้นสงวน (2555 : 27) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีหลายคำตอบ มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และศักยภาพของนักเรียน

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2555 : 11) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดหมายถึงปัญหาที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

จากการศึกษาความหมายของปัญหาปลายเปิด สามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีคำตอบและมีวิธีการหรือการได้มาซึ่งคำตอบที่หลากหลาย ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ

2. ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2555 : 14 - 15) ได้จำแนกปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้ 1) กระบวนการเปิด (Process is Open) ปัญหาแบบนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาคำถามที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย เน้นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างเป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัย แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียวรวมทั้งไม่ได้เน้นแง่มุมเชิงกระบวนการ ดังนั้นในปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุคำตอบเพื่อให้ผู้เรียนพยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย เช่น การหาคำตอบเรื่องที่แตกต่างกัน แนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายนั้นทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตามความสามารถและความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม 2) ผลลัพธ์เปิด (End Product is Open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย 3) แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Way to Develop is Open) หลังจากที่ได้แก้ปัญหาไปแล้วนักเรียนสามารถพัฒนาให้เป็นปัญหาใหม่โดยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมที่จะเรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด ด้วยแนวทางนี้นักเรียนสามารถสนุกกับการตั้งปัญหาด้วยตนเองยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางหรือคำตอบที่นักเรียนคิดได้

Becker & Shimada (1997 : 27 อ้างถึงใน สาลินี เรื่องจ้อย, 2554 : 10) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิด เป็น 3 ประเภท คือ 1) ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding Relation) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ 2) ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนแยกประเภทหมวดหมู่ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ 3) ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่าง ๆ หรือสถานการณ์ (Measuring) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่เกี่ยวกับการคิดการตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา

กระทรวงศึกษาธิการ (2545 : 206 - 207) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ 2) ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

จากการศึกษาประเภทของปัญหาปลายเปิด สามารถสรุปได้ว่าปัญหาปลายเปิดนั้นมี 2 ประเภทคือ กระบวนการเปิด คือ มีกระบวนการขั้นตอนในการหาคำตอบที่หลากหลายวิธี และผลลัพธ์เปิด คือมีคำตอบหลายคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ ในงานวิจัยนี้ใช้แบบมีกระบวนการขั้นตอนในการหาคำตอบที่หลากหลายวิธี

3. แนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิด

Becker & Shimada (1997 : 28 - 31 อ้างถึงใน พัทธยากร บุศสุยา, 2559 : 34) ได้กล่าวถึงแนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้ 1) ครูต้องจัดเตรียมสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณและสังเกตหรือหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรเชิงปริมาณนั้นได้ 2) ครูต้องเปลี่ยนคำถามจากการถามหรือการพิสูจน์โดยตรงให้เป็นคำถามที่ผู้เรียนสามารถสังเกตเพื่อหาความสัมพันธ์นั้นได้ 3) การเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎี ครูควรเสนอตัวอย่างที่หลากหลายและมีความสัมพันธ์เหมือนกันเพื่อให้ผู้เรียนได้สังเกตและตั้งคำถามซึ่งจะนำไปสู่การคาดเดาหลักการหรือทฤษฎีนั้น ๆ จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ 4) แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบ ลำดับ หรือตารางแนวตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตเห็นด้วยเป็นรูปธรรมมากขึ้น แล้วค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎทางคณิตศาสตร์ 5) แสดงตัวอย่างที่หลากหลายและสามารถจัดกลุ่มของตัวอย่างนั้น ๆ ได้แล้วชี้ให้นักเรียนสังเกตถึงกลุ่มตัวอย่างนั้น เพื่อนำไปสู่ลักษณะเฉพาะทั่วไปของกลุ่มตัวอย่างนั้น ๆ 6) แสดงกลุ่มสถานการณ์ปัญหาหรือตัวอย่างทั่ว ๆ ไปแล้วถามผู้เรียนถึงกระบวนการแก้ปัญหาเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถนำสมบัติหรือวิธีการมาแก้ปัญหาได้อย่างไร 7) แสดงตัวอย่าง สถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและมีบางสิ่งที่แตกต่างกัน แล้วถามผู้เรียนถึงความแตกต่างนั้นจากการสังเกตเพื่อให้นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ในการอธิบาย และ 8) แสดงให้นักเรียนเห็นถึงโครงสร้างทางพีชคณิตและจำนวนอย่างง่ายเพื่อให้นักเรียนค้นหากฎ สูตรที่เป็นจริงและสอดคล้องกับข้อมูลนั้น

ปริชา เนาว์เย็นผล (2544 : 27) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายเปิด ที่มีคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนไปเป็นปัญหาปลายเปิด โดยวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา

สุนีย์ เงินยวง (2546 : 34) ได้กล่าวถึงแนวทางการเปลี่ยนคำถามหรือการสร้างคำถามปลายเปิด ดังนี้ 1) คำถามปลายเปิดควรเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เพื่อแสดงให้เห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ 2) คำถามที่ใช้ควรสร้างให้หลากหลายทั้งวิธีการคิดและคำตอบ 3) คำถามนั้นควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกการสื่อสารและถ่ายทอดความคิดหรือวิธีการออกมาให้ครูได้ทราบเพื่อวิเคราะห์ถึงข้อบกพร่องแล้วนำไปพัฒนาผู้เรียนต่อไปตามความสามารถของผู้เรียนอย่างเต็มที่และเหมาะสม 4) การสร้างคำถามปลายเปิดนั้นจะต้องมีความชัดเจนในเรื่องของภาษาที่ใช้ และ 5) คำถาม

ปลายเปิดควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ อย่างอิสระและเต็มความสามารถตามความเหมาะสม

จากการศึกษาแนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิด สามารถสรุปได้ว่าครูควรมีการจัดเตรียมสถานการณ์ของปัญหาให้มีความน่าสนใจ ดึงดูดความสนใจของผู้เรียนให้ได้คิด และมีกระบวนการที่หลากหลายในหาคำตอบ คำถามต้องเป็นคำถามที่ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

Stigler & Hiebert (1999 อ้างถึงใน เจนสมุทร แสงพันธ์, 2550 : 25) ได้วิเคราะห์รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่นซึ่งสอดคล้องกับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วยขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทบทวนบทเรียนที่เรียนในคาบที่ผ่านมา (Reviewing the Previous Lesson) ในขั้นทบทวนนี้นำโดยการบรรยายสรุปเรื่องสั้น ๆ จากครูหรือเป็นการนำอภิปรายที่นำโดยครูร่วมกับนักเรียนในประเด็นหลักที่ได้เรียนไปก่อนหน้า โดยมากแล้วการทบทวนจะนำมาสู่บทเรียนที่จะใช้ในคาบที่จะสอน บางครั้งเป็นการเอารูปภาพที่ได้สร้างไว้ในคาบที่ผ่านมาใช้ในการแก้ปัญหาคำถามที่จะสอน
2. ขั้นนำเสนอปัญหาของคาบที่จะสอน (Presenting the Problem for the Day) ปัญหาที่จะใช้ถือเป็นปัญหาที่สำคัญที่จะนำไปสู่ขั้นตอนทั้งหมดของกิจกรรมการสอนในคาบนั้นและปัญหาที่ครูนำเสนอขึ้นนั้นก็มักจะเป็นปัญหาปลายเปิด
3. ขั้นการทำกิจกรรมเดี่ยวหรือกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน (Students Working Individually or in Groups) หลังจากทีครูนำเสนอปัญหาของบทเรียนแล้วนักเรียนจะแก้ปัญหาด้วยตัวเองก่อนประมาณไม่เกิน 20 นาที โดยมากประมาณ 5 - 10 นาที จากนั้นจึงเข้าไปทำงานกับกลุ่มเล็ก ๆ หรือกลุ่มย่อย เพื่อแก้ปัญหาและแสดงวิธีการคิดร่วมกัน ซึ่งส่วนใหญ่ นักเรียนจะแก้ปัญหาด้วยตัวเองเสร็จไปก่อนที่จะเข้ากลุ่ม
4. ขั้นการอธิบายวิธีการแก้ปัญหา (Discussing Solution Methods) หลังจากทีนักเรียนในกลุ่มได้แก้ปัญหาเสร็จแล้ว ในห้องเรียนจะมีการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหามาของนักเรียนประมาณ 1 - 2 วิธีการ แล้วอภิปรายร่วมกันถึงวิธีการนั้น ๆ โดยมากแล้วครูจะเรียกถามนักเรียน 1 คน หรือมากกว่า เพื่อให้เห็นความคิดเห็นว่าได้ค้นพบอะไรบ้าง ครูมักจะเลือกนักเรียนให้ตอบมากกว่าการขออาสาสมัคร โดยถามถึงวิธีการที่นักเรียนคนนั้นทำ โดยครูจะสังเกตเห็นแล้วในขณะที่เดินดูนักเรียน และบางครั้งครูก็อาจนำเสนอวิธีการของตัวเองเพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนบ้าง เพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้ถึงวิธีการของครูที่ต้องการสอนและเมื่อนักเรียนนำเสนอวิธีการเสร็จแล้วครูจะทำการสรุปและให้รายละเอียดในตอนท้าย
5. ขั้นสรุปประเด็นสำคัญ (Highlighting and Summarizing the Major Points) ในช่วงท้ายของการสอนหรือระหว่างการทำกิจกรรมนั้น ครูจะบรรยายสรุปสั้น ๆ ในประเด็นที่สำคัญที่ครูต้องการให้นักเรียนได้รับในคาบนั้น

Nohda (2000 อ้างถึงใน ไพจิตร บ้านเหล้า, 2551 : 49) กล่าวว่า การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูเป็นผู้นำสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มานำเสนอให้กับนักเรียน

2. การสืบเสาะเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องพยายามค้นพบแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์ของตนเอง ครูมีหน้าที่ชี้แนะให้นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวทางของคำตอบที่หลากหลายที่ได้มา เพื่อที่จะสามารถบูรณาการคำตอบให้สามารถนำมารวมกันเป็นความรู้ในระดับสูงขึ้นในระยะต่อมา

3. การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ เป็นการสร้างปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาเดิม นักเรียนจะต้องพยายามสร้างปัญหาที่มีความเป็นกรณีทั่วไปมากขึ้น โดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการสืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหา และจากการที่ได้แก้ปัญหาเหล่านั้น นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะสามารถค้นพบแนวทางคำตอบที่มีลักษณะเป็นกรณีทั่วไปมากขึ้น

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2555 : 3 - 4) ได้กล่าวถึงวิธีการแบบเปิด คือ แนวทางการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing Open-Ended Problem) เมื่อครูตั้งปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียนผู้เรียนก็เกิดข้อสงสัยในปัญหาดังกล่าว เช่น กฎ สูตรต่าง ๆ ดังนั้นคำถามหรือปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนทำให้ผู้เรียนเกิดการสับสนในตอนแรก ซึ่งปัญหาที่ใช้เป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย ทั้งกฎ สูตร วิธีการและอื่น ๆ ของการตอบปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ และไม่สามารถเข้าใจสิ่งที่ผู้เรียนจะกระทำ ซึ่งการที่จะช่วยเหลือให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ คือ 1) กระตุ้นผู้เรียนโดยให้ผู้เรียนมุ่งไปที่ประเด็นปัญหาที่คล้ายกัน 2) เปลี่ยนข้อมูลให้เป็นแบบทั่วไป 3) ให้ตัวอย่างที่ไม่จำกัดความคิดของผู้เรียน และ 4) สร้างสื่อที่เป็นรูปธรรมเพื่อเป็นต้นแบบ

2. การเรียนรู้ด้วยตัวเองของนักเรียน (Students' Self-Learning) ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีความสำคัญเป็นพิเศษในการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งครูไม่ควรไปกำหนดข้อเสนอแนะสำหรับนักเรียนทุกคน ซึ่งที่ครูควรทำคือการปรับข้อเสนอแนะให้เหมาะสมกับความเห็นของนักเรียนอย่างเฉพาะเจาะจง การสอนในรูปแบบนี้ก็คล้ายกับการสอนแบบทั่ว ๆ ไปที่ได้รวบรวมเอาองค์ประกอบทั้ง 2 อย่าง คือ ผลงานส่วนบุคคลและการอภิปรายบทเรียนทั้งชั้นเรียน แต่ถึงอย่างไรก็ตามก็ไม่ได้ต้องการวิธีการแก้ปัญหาแค่วิธีการเดียว เราจึงหามุมมองใหม่ที่ไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน แต่จะปรากฏในช่วงดำเนินการเรียนของการเรียนรู้แต่ละคนเพื่อนำมาอภิปรายบทเรียนซึ่งความคิดของผู้เรียนในรายบุคคลมีความสำคัญมากในการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่ม

3. การอภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ (Whole Class Discussion and Comparison) เป็นขั้นตอนที่ให้ความสำคัญกับการจดบันทึกคำตอบ วิธีการหรือการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนแต่ละคนได้ทำ

ในกลุ่ม ดังนั้นการใช้สมุดบันทึกหรือใบงานทำการจดบันทึกวิธีการคิดหรือการให้ข้อมูลข่าวสารของผู้เรียน จึงทำให้มีความสะดวกขึ้น โดยทำการบันทึกแบบย่อ ๆ ในใบงานหลังจากจบบทเรียน ครูสามารถประเมิน การเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคลก็ได้เพราะกิจกรรมของผู้เรียนในช่วงนี้มีความสำคัญ ต่อการพัฒนาบทเรียน ครูก็พยายามแนะนำผู้เรียนคนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา และให้ตัวอย่างหรือเสนอแนะ เพื่อกระตุ้นผู้เรียนให้คิดเกี่ยวกับปัญหาดังกล่าว

4. การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (Summarization through Connecting Students' Mathematical Ideas Emerged in the Classroom) ในช่วงนี้ ครูหรือผู้เรียนก็ต้องเขียนรายงานของตนเองหรืองานของกลุ่มบนกระดานเพื่อแสดงให้คนอื่นเห็น ครูก็จะรวบรวมความคิดที่คล้ายกันของผู้เรียนที่ได้นำเสนอหรือบันทึกความคิดเห็น และอื่น ๆ ของผู้เรียน ผู้เรียนก็จะยืนยันความคิดของตนเองโดยมองว่างานของตนเองมีส่วนที่คล้ายกับงานของผู้อื่นหรือไม่ อย่างไร เมื่อผู้เรียนนำเสนอคล้ายกันก็ทำการสรุปแบบย่อ ๆ โดยที่ครูให้ความสนใจไปที่ประเด็นหนึ่ง แล้วก็สรุป ครูจะรวบรวมความคิดที่ผู้เรียนนำเสนอมาและรวมกับสิ่งที่ครูได้เตรียมการมาล่วงหน้า นำมาสรุปรวมกันให้มีความลงตัวพอดี และมีการเชื่อมโยงในบทเรียนถัดไป

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรมโดยใช้วิธีการแบบเปิดข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอน ในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดได้ ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 สรุปขั้นตอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

Stigler & Hiebert (1999)	Nohda (2000)	ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2555)
1) ขั้นทบทวนบทเรียนที่เรียน ในคาบที่ผ่านมา	1) การนำเสนอสถานการณ์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1) การนำเสนอปัญหา ปลายเปิด
2) ขั้นนำเสนอปัญหาของคาบ ที่จะสอน	2) การสืบเสาะเพื่อหาแนว ทางการแก้ปัญหา	2) การเรียนรู้ด้วยตัวเองของ นักเรียน
3) ขั้นการทำกิจกรรมเดี่ยว หรือกิจกรรมกลุ่มของ นักเรียน	3) การสร้างสถานการณ์ ปัญหาใหม่	3) การอภิปรายทั้งชั้นและ การเปรียบเทียบ
4) ขั้นการอธิบายวิธีการ แก้ปัญหา		4) การสรุปโดยการเชื่อมโยง แนวคิดของนักเรียนที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน
5) ขั้นสรุปประเด็นสำคัญ		

จากตารางที่ 2.3 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมโดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้ครูจะเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเอง หลังจากที่ได้ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนแล้วในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนวางแผนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยนักเรียนจะใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้

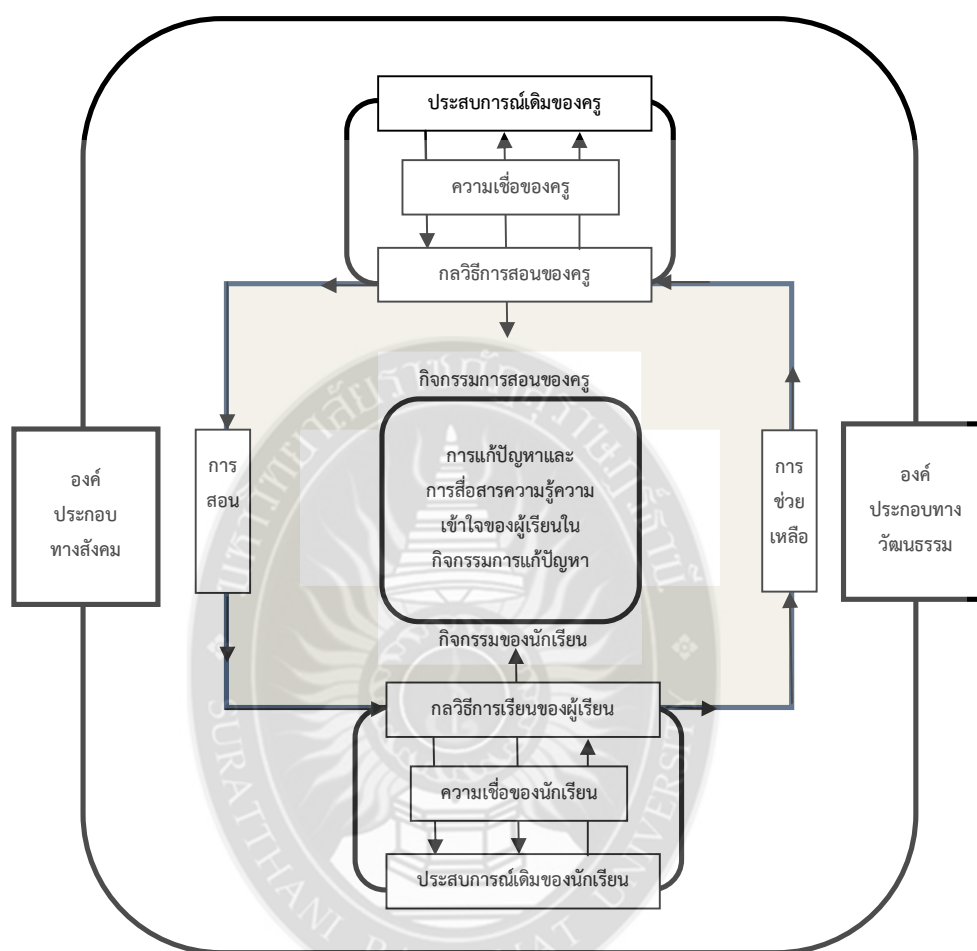
ขั้นที่ 3 ขั้นตอนการทำกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน ในขั้นตอนนี้ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียนกลุ่มละ 5 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม เพื่อหาแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ซึ่งอาจมีมากกว่าหนึ่งวิธี

ขั้นที่ 4 ขั้นตอนอภิปรายการแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มของทุกกลุ่มนำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองพร้อมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาของตนเองให้เพื่อนในชั้นเรียนดู

ขั้นที่ 5 ขั้นตอนการสรุปทบทวนและสร้างปัญหาใหม่ ครูและนักเรียนร่วมกันเปรียบเทียบแนวคิดของแต่ละกลุ่มถึงความเหมือนและความแตกต่างและหาแนวคิดที่มีความเหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาและให้นักเรียนตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่จากปัญหาเดิมและให้กลุ่มอื่นแก้ปัญหา

สถานการณ์การสอนซึ่งเกิดจากการใช้วิธีการแบบเปิด (Teaching Situation by Open-Approach Method)

ไมตรี อินประสิทธิ์ (2555 : 17) กล่าวถึงแผนภาพที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในญี่ปุ่นที่ใช้สถานการณ์ปัญหานำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ แก่ผู้เรียน ผู้เรียนได้ร่วมมือกันเผชิญกับความท้าทายของสถานการณ์ปัญหาเพื่อไปถึงแนวทางของคำตอบ ซึ่งในชั้นเรียนปกติเป็นเรื่องยากที่จะสร้างกระบวนการขั้นสูงให้กับผู้เรียนที่มีความสามารถและความเชื่อแตกต่างกัน แต่ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดมุ่งที่จะเตรียมผู้เรียนให้เข้าถึงสถานการณ์ที่ท้าทายโดยใช้ปัญหาแบบเปิดที่มีศักยภาพที่จะต้องสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งในเรื่องของความสามารถและความสนใจและเพื่อสนับสนุนการพัฒนาแนวทางในการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และเพื่อสนับสนุนกระบวนการสืบเสาะหาแนวทางในการแก้ปัญหาและสร้างปัญหาใหม่ขึ้นมาด้วยตัวเองโดยอาศัยกิจกรรมในลักษณะที่กล่าวมา นักเรียนจึงได้รับการคาดหวังว่าจะได้เรียนรู้ไม่ใช่เฉพาะแต่ความรู้คณิตศาสตร์แต่ได้เรียนรู้พื้นฐานที่สำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยเช่น แนวทางในการคิดคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และความรู้เกี่ยวกับความตระหนักในการคิดว่าคนเราเรียนรู้ได้อย่างไร



ภาพที่ 2.2 แสดงลักษณะที่สำคัญที่เกิดขึ้นในห้องเรียนที่ใช้การสอนโดยวิธีการแบบเปิด
ที่มา : ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2555 : 17

จากการศึกษาสถานการณ์การสอนซึ่งเกิดจากการใช้วิธีการแบบเปิด สามารถสรุปได้ว่าในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนาปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพให้มากยิ่งขึ้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งการสร้างปัญหาแบบปลายเปิดซึ่งนับว่าเป็นสิ่งที่ยากที่สุด ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องช่วยกันพัฒนาปัญหาปลายเปิด เพื่อช่วยส่งเสริมในเรื่องของทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

วิจารณ์ พานิช (2557) กล่าวว่า บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแบบเปิด มีดังนี้

1. เปิดประตูผู้เรียนสู่การเรียนรู้ที่ขับเคลื่อนโดยตัวผู้เรียนเอง
2. ส่งเสริมดูแลเอาใจใส่ให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหา/สร้างสรรค์ภายใต้เงื่อนไขของโจทย์อย่างทั่วถึงและต่อเนื่อง โดยการตั้งคำถามปรับประสบการณ์ของผู้เรียน ช่วยสนับสนุนอำนวยความสะดวก

ในการหาความรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้นำความรู้ความสามารถที่มีอยู่ออกมาใช้ให้มากที่สุดจนสามารถสร้างความรู้ใหม่ได้ จากการลองผิดลองถูก เปลี่ยนมุมมอง และหาทางให้ถึงที่สุดด้วยตัวเอง ครูเป็นผู้ช่วยจัดวางวิธีบันทึกความคิดความรู้สึก ความเข้าใจ บันทึกวิธีการ บันทึกผลลัพธ์ที่สัมพันธ์กับวิธีการ ช่วยตั้งคำถามช่วยตั้งประเด็น ให้นักเรียนสังเกตเห็นและประเมิน วิธีสร้างความเข้าใจและวิธีทำของตนเอง ในการแก้ปัญหาหรือการสร้างสรรค์นั้น ๆ (Metacognition)

3. ประเมินนักเรียนในขณะที่เรียนรู้ โดยการสังเกต เพื่อให้ทราบถึงการนำความรู้ ความสามารถออกมาใช้ในการแก้ปัญหาและการสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาใหม่ ครูต้องทราบถึงความเข้าใจ และข้อจำกัดของนักเรียนแต่ละคนที่กำลังเรียนรู้ผ่านการแก้โจทย์ หรือการสร้างสรรค์ภายใต้เงื่อนไขของโจทย์ เป็นการประเมินเพื่อการพัฒนาผู้เรียน

4. ตอบสนองต่อผลการประเมินนั้นอย่างเหมาะสมและทันเวลา โดยการตั้งคำถามให้คำแนะนำ ให้ตัวอย่างอำนวยความสะดวกช่วยเหลือที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละคน มีสติในจังหวะที่เหมาะสม ทันเวลาที่เพื่อช่วยให้ผู้เรียนหลุดจากภาวะติดขัดหรือการเข้าใจผิดหรือช่วยให้ผู้เรียนเข้าสู่การเรียนรู้ที่กว้างขวางลึกซึ้งมากขึ้นและดำเนินการแก้ปัญหาหรือสร้างสรรค์ต่อไปได้อย่างราบรื่น

5. ขับเคลื่อนและปรับพฤติกรรมนักเรียนด้วยวิธีการเชิงบวก เมื่อมีผู้เรียนบางคนที่ไม่ได้อยู่ในภาวะพร้อมเรียนหรือติดขัดอย่างมากหรือมีพฤติกรรมที่ไม่ส่งเสริมการเรียนรู้ หรือรบกวนการเรียนรู้ของเพื่อน ครูจะขับเคลื่อนและปรับพฤติกรรมนักเรียนนั้นด้วยวิธีการเชิงบวก ทั้งนี้ เพื่อรักษาแรงจูงใจ ด้านบวกของผู้เรียนคนนั้นและรักษาบรรยากาศเชิงบวกของชั้นเรียนเอาไว้ให้ต่อเนื่อง

นภาพร วรเนตรสุตาทิพย์ และคณะ (2552 : 78 - 79) ได้กล่าวว่าครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้กับนักเรียน โดยที่ครูจะต้องเตรียมสื่อและสภาพแวดล้อมให้น่าเรียน ใช้คำถามและคำพูดเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีอิสระทางความคิด กระตุ้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและแตกต่างกัน ครูใช้การสังเกต การตรวจชิ้นงาน การนำเสนอผลงานหน้าชั้น แล้วครูบันทึกสิ่งที่เกิดในชั้นเรียน ครูมีบทบาทในการร่วมสรุปและช่วยเสริมแนวความรู้บ้างในช่วงทำกิจกรรม แต่ผู้เรียนจะลงมือทำเอง คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ศิริศุภร์ ศิริโชคชัยตระกูล และคณะ (2554 : 138) กล่าวว่าครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการอำนวยความสะดวกโดยการเตรียมกิจกรรม เตรียมสื่อเพื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ การเรียนรู้ที่ดีและคงทนย่อมเกิดจากตัวผู้เรียนเองดังนั้นครูจะไม่แนะแนวทางในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้กับผู้เรียน แต่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้เกิดประเด็นที่สงสัยและอยากรู้ นำไปสู่กระบวนการคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่คำตอบนั้น

จากการศึกษาบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สามารถสรุปได้ว่าครูจะต้องเป็นผู้สร้างบรรยากาศในการเรียนให้กับนักเรียน เป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองโดยไม่บอกนักเรียน ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและปรับพฤติกรรมของนักเรียนให้เป็นไปในแนวทางที่ถูกต้องเมื่อนักเรียนไม่พร้อม ร่วมกันสรุปและเสริมความรู้กับนักเรียน

ทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยเรื่อง การส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนไชยารวิทยา โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้ศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบในทันที และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ สถานการณ์ที่จะนำมาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรเป็นสถานการณ์ที่กระตุ้นและดึงดูดความสนใจของผู้เรียน ตลอดจนเป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายไปใช้ในการแก้ปัญหา

เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร (2555 : 109) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นความสามารถในการคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการในการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมมาประมวลให้เข้ากับสถานการณ์ในปัญหานั้น

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 5) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาก็จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการหรือวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือให้เห็นถึงการวิเคราะห์แนวคิด (Analytic Thinking) และกลยุทธ์การคิด (Thinking Strategy) ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอ เพื่อให้ผู้เรียนจะได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 29) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหา คือ สภาพการณ์ที่ผู้เรียนค้นพบการใช้กฎต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาก่อนร่วมกันในการแก้ปัญหาที่เป็นปัญหาใหม่ เรียกได้ว่าเป็นการใช้กฎที่ซับซ้อนในการแก้ปัญหา หมายถึงการนำเอากฎที่ได้เรียนรู้มาก่อนมาใช้ แต่เป็นกระบวนการที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหา เขาระลึกกฎต่าง ๆ ที่เคยเรียนรู้มา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา และได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งคำตอบนั้นอาจจะอยู่ในรูปของจำนวน ปริมาณ หรือคำอธิบายที่ให้เหตุผลมาด้วย

2. เป็นสถานการณ์หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะ ต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์ มาประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่เป็นปัญหานั้นขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาและเวลา ซึ่งสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับคน ๆ หนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับคนหนึ่งในอดีต ปัจจุบันอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนนั้นแล้ว

จากการศึกษาความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่าปัญหาคณิตศาสตร์ คือ เหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการที่จะทราบคำตอบ ส่วนการแก้ปัญหา คือ การค้นหาและการดำเนินการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของเหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น

ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

Polya (1957 : 154 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554 : 10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาตามจุดประสงค์ของปัญหา ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ (Problem to Find an Answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการและอธิบายเหตุผล

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem To Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ”

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา จะเป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของจำนวน ปริมาณ หรือให้หาคำอธิบายให้เหตุผล วิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาให้พิสูจน์ จะเป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้ นั้นเป็นเท็จหรือเป็นจริง

กระทรวงศึกษาธิการ (2541 : 2) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปกติ (Routine Problems) เป็นปัญหาที่พบอยู่โดยทั่วไป ผู้แก้ปัญหาจะมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหาอยู่แล้ว

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non Routine Problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดหรือเป็นปริศนา ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ความสามารถหลายอย่างที่มาช่วยในการแก้ปัญหา เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 3) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาที่ให้หาคำตอบ มี 4 ขั้นตอนในการหาคำตอบ คือ การทำความเข้าใจในปัญหา การวางแผน การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

2. โจทย์ปัญหาที่ให้พิสูจน์ เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วต้องแยกให้ได้ว่าอะไรคือเหตุ (สิ่งที่ต้องกำหนดให้) อะไรคือผล (สิ่งที่ต้องพิสูจน์) ให้ได้ แล้วจึงวิเคราะห์จากผลที่เกิดขึ้นไปหาเหตุว่าผลเป็นอย่างไร เหตุเกิดจากอะไร เมื่อวิเคราะห์ได้แล้วจึงเรียบเรียงการพิสูจน์จากเหตุไปสู่ผล

จากการศึกษาประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้โดยใช้เกณฑ์หลาย ๆ อย่างในการแบ่ง เช่น แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา หรืออาจจะแบ่งตามลักษณะของปัญหา ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้ปัญหาที่ให้หาคำตอบ เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการและอธิบายเหตุผล

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Polya (1957 : 5 - 19 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555 : 8 - 9) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นที่ยอมรับแล้วนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นหลายประการ เช่น ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรวิเคราะห์ให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้างและโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะการนำความรู้ หลักการ หรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว และทักษะการเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม เช่น ใช้เขียนรูปหรือแผนภาพ ใช้ตารางวิเคราะห์ ใช้การสังเกต หาแบบรูปและความสัมพันธ์ เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะการประมาณค่าคาดการณ์หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบการวางแผนขั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่สำคัญผู้สอนควรหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นที่นำมา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ การประมาณคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

Krulik & Rudnick (1996 : 5 - 6 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554 : 12) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบและประเมินผลข้อเท็จจริง การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา

2. ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและตัดสินใจเลือกข้อมูลที่เป็นประโยชน์และตัดข้อมูลที่ไม่จำเป็นทิ้งไป จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง เขียนภาพ สร้างแบบจำลองหรืออื่น ๆ เพื่อวางแผนหาคำตอบ

3. ขั้นตอนเลือกกลยุทธ์ เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน กลยุทธ์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งจะเป็นทิศทางที่ผู้แก้ปัญหาใช้หาคำตอบ

4. การหาคำตอบ เป็นขั้นตอนการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อหาคำตอบโดยใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณแล้วแต่ความเหมาะสม

5. ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล เป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่และคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ และควรจะขยายผลไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ภายใต้สถานการณ์เดิม

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการฝึกให้นักเรียนคิดตามขั้นตอน อย่างมีกระบวนการ ตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา 4) ขั้นตอนตรวจสอบผล การแก้ปัญหามีขั้นตอนทำให้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้สะดวกขึ้น

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 11 - 35) ได้กล่าวว่าในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ นอกจากผู้เรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด ก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ช่วยในการแก้ปัญหา ถ้าผู้เรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหาดังกล่าว ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้วก็สามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นรูปแบบในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งคำตอบที่ได้จะถูกรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้จะใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำจะช่วยนักเรียนพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นภาษาที่นักเรียนสามารถประมวลและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยไม่ต้องคิดคำนวณก่อนตลอดจนสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตารางที่สร้างขึ้น อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ซึ่งเป็นช่วยวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องการแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาวัยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบของข้อมูลโดยการเป็นกรณี ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมด โดยนักเรียนอาจจะตัดกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออกก่อน แล้วจึงค่อยค้นหาแบบ รูป วิธีการ หรือระบบของกรณีที่เป็นไปได้ที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีวิธีการหรือระบบในการแจกแจงกรณี ที่เป็นไปได้ วิธีการนี้อาจจะไม่มีประสิทธิภาพ วิธีการนี้ใช้ได้ถ้าปัญหานั้นมีกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งเราอาจใช้การหาแบบรูปและสร้างตารางช่วยในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้

5. การคาดเดาและการตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดการณ์ไม่ถูกต้องก็ต้องคาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความ ไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดา คำตอบของปัญหาลำดับต่อไปนักเรียน ควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและทิศทางเพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูป ของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้างและสิ่งที่ต้องการหาคืออะไรหลังจากนั้นกำหนด ตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการและสมการแสดงความสัมพันธ์ ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากัน เข้ามาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไข ของปัญหาถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้ายแล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองโดยให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องการทำตามขั้นตอนที่ละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วย วิธีอื่นได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือการเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนออกเป็น ปัญหาย่อย ๆ หรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นจะทำให้นักเรียนสามารถลดจำนวนของข้อมูล ลงได้หรือสามารถเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อนหรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่เคยแก้มา ก่อนหน้านี้นี้ได้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ยุทธวิธีนี้จะใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต ซึ่งการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์เป็นการอธิบายข้อมูลหรือข้อความที่มีอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นความจริง โดยการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราจะใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

ร่วมกับการตรวจสอบและการคาดเดาหรือการเขียนแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างชัดเจน

11. การให้เหตุผลทางอ้อม วิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหายากแก่การแก้ปัญหาได้โดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่แสดงเป็นเท็จ การให้เหตุผลทางอ้อมยังเป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยการสมมุติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จแล้วหาข้อขัดแย้ง

จากการศึกษายุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นมีอยู่หลากหลายวิธี แต่การจะเลือกยุทธวิธีไหนมาใช้ก็ขึ้นอยู่กับโจทย์หรือสถานการณ์นั้น บางโจทย์หรือบางสถานการณ์อาจใช้ยุทธวิธีมากกว่าหนึ่งยุทธวิธีก็ได้

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557 : 53) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ หรือเป็นการอธิบายการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์และแสดงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 39) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง แนวคิด ข้อความ แจกแจงความสัมพันธ์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

อัมพร ม้าคอง (2554 : 48) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไปและการสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

เกรียงศักดิ์ ราพรรณ (2552 : 11) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผล

อรรณพ พรหมแก้ว (2552 : 14) ทักษะกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การรวบรวมข้อมูลความรู้ที่มีอยู่ในการอ้างอิงหรือสนับสนุน วิเคราะห์เพื่อตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผล

พงศธร มหาวิจิตร (2550 : 50) กล่าวว่า ทักษะการด้านการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการคิดหรืออธิบายแนวคิดให้ผู้อื่นรับรู้ได้โดยนำวิธีการให้เหตุผลแบบปรนัยและนินัยมาช่วยในการสรุปอย่างสมเหตุสมผล

กนกวลี อุษณกรกุล (2547 : 71) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล คือการอ้างซึ่งเหตุหรือข้ออ้างที่กำหนดให้ซึ่งเป็นผลให้เกิดข้อสรุปได้

ทศนา แคมมณี (2545 : 114) ได้กล่าวว่าการคิดอย่างมีเหตุผลเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อสามารถอธิบายความคิดนั้นได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย ทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการรวบรวมข้อเท็จจริงที่มีอยู่ การอธิบายเรื่องต่าง ๆ ได้อย่างไม่มีข้อคัดค้าน

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 39) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักการคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการทำงาน การดำรงชีวิตได้ ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นสิ่งสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2545 : 25) ได้กล่าวถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ได้กำหนดความสำคัญในการให้เหตุผลว่าเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนโดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 1 - 4 ดังนี้

ช่วงชั้นที่ 1 และ 2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
ช่วงชั้นที่ 3 สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล หรือข้อเท็จจริงหรือสร้างแผนภาพ

ช่วงชั้นที่ 4 นำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุปและช่วยในการตัดสินใจบางอย่าง

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544 : คำนำ) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ซึ่งในเรื่องของความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ หากเหตุผลดีก็จะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

จากการศึกษาความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญอย่างมากในการดำเนินชีวิต และต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าผู้เรียนรู้จักการให้เหตุผลที่ถูกต้องก็จะทำให้เกิดความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนมีทักษะที่ดีในการดำรงชีวิตต่อไป

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557 : 58) ได้กล่าวว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดสอบหลาย ๆ ครั้งแล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกตอง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุดแต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่ค้นพบข้อขัดแย้งเรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือบทสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 40) ได้กล่าวว่าในทางวิชาการได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้งรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกตอง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ และคณะ (2545 : 69 - 70) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลมี 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยการให้ยอมรับว่าเหตุนั้นเป็นจริง นั่นคือ เหตุที่มีอยู่นั้นทำให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ซึ่งจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลจะต้องตรวจสอบที่มาของความสมเหตุสมผลนั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง หรือใช้การคาดคะเนในการสรุปผล นั่นคือการนำเหตุที่เกิดขึ้นมาเป็นข้อมูลในแต่ละครั้งแล้วสรุปผล ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจจะไม่สอดคล้องกับเหตุ เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

Baroody (1993 : 59 อ้างถึงใน ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล, 2557 : 55 - 56) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการตัดสินใจให้เหตุผลบนข้อมูลที่เห็นหรือให้เหตุผลตามความรู้สึก เนื่องจากมีข้อมูลอยู่ไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ที่มีอยู่ นั่นคือการนำเอาข้อมูลบางอย่างมาสร้างให้เป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับข้อมูลอย่างอื่นหรือข้อมูลทั้งหมด ซึ่งเป็นกระบวนการของการตั้งสมมติฐานให้เป็นกฎ ซึ่งใช้แทนลักษณะของกลุ่มหรือของเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติที่ใช้ร่วมกัน เป็นการหาแบบรูป กฎ หรือข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน เป็นการให้การสังเกตมาเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ สามารถกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเราเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหาคณិតเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

O'Daffer (1990 : 378 อ้างถึงใน ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล, 2557 : 55 - 56) กล่าวว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ด้วยกัน 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงที่สมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายรูปแบบแต่โดยทั่วไปสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้ความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป โดยจะนำเอานิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และหลักการทางคณิตศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป

การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 30) ได้กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนรู้จักคิดพร้อมกับมีเหตุผลที่สำคัญ การฝึกการให้เหตุผลจากการเรียนเรขาคณิตแบบยุคลิดเป็นสิ่งที่เข้าใจกันว่าทำให้เรียนรู้ได้งายที่สุด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลอยู่มาก มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย แบบปานกลาง และแบบอย่างยาก แต่ในความเป็นจริงแล้วการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถนำมาสอดแทรกในการเรียนได้ทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย

องค์ประกอบที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล มีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจที่เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินไป ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดได้ และสามารถให้เหตุผลในการหาคำตอบได้ด้วย
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสคิดอย่างเป็นอิสระและแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า การให้เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...และผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้องแต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้างเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

พร้อมพรรณ อุดมศิลป์ และอัมพร ม้าคะนอง (2547 : 23 - 99) ได้กล่าวว่าการพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนสามารถให้เหตุผลได้เหมาะสมตามประสบการณ์ ความรู้ และตามวัยของนักเรียน โดยกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลของนักเรียนจะเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็นและรับรู้ได้ ต่อมาได้มีการพัฒนาให้เป็นเหตุผลที่เป็นนามธรรมมากขึ้น ซึ่งนักเรียนจะต้องเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนัย โดยทั่วไปของกรณีต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นได้ว่าตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในบางครั้งก็ไม่เพียงพอต่อการสรุปได้ ผู้สอนจึงควรต้องยกตัวอย่างกรณีที่คัดค้านกันเพื่อให้ นักเรียนไม่สรุปเร็วเกินไป โดยให้นักเรียนเรียนรู้การพิจารณาสิ่งต่าง ๆ บนพื้นฐานของข้อมูล การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลวิธีหนึ่งที่สำคัญ คือ การใช้คำถาม โดยผู้สอนต้องใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตอบคำถามให้มากที่สุด ซึ่งกระบวนการในการให้เหตุผลนักเรียนต้องใช้การคิดหลายอย่าง เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปมี 2 ลักษณะ คือ การคิดแบบอุปนัย และการคิดแบบนิรนัย เพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีความถูกต้องมาใช้สรุปนอกจากนี้ข้อมูลของการให้เหตุผลของนักเรียนยังเป็นสิ่งสำคัญ โดยผู้สอนสามารถที่จะดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้ได้

1. สามารถอธิบายระดับการพัฒนาของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้
2. สามารถระบุความเข้าใจที่คาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้พร้อมกับการให้เหตุผล

3. สามารถวิเคราะห์ความคิดใหม่ ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดขึ้นจากการให้เหตุผลของนักเรียนแล้วสามารถที่จะขยายความหรืออภิปรายร่วมกับผู้อื่นได้
4. สามารถระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน
5. จัดหาสถานการณ์ที่ให้ความเหมาะสมกับการเรียนรู้ของนักเรียน
6. ตรวจสอบสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่จะส่งผลต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในขณะที่เรียนเนื้อหาในขณะที่ทำกิจกรรมมากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้นักเรียนรู้การให้เหตุผลเดียว ๆ โดยอาจทำการสอนเนื้อหาบทสนทนาหรือการแก้ปัญหาผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้นและคำตอบเหล่านั้นจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใดให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามหนังสือ นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า กรณีที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลในการอธิบายผิดเป็นสิ่งที่ส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมาก เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้วก็จะไม่มีการตรวจสอบ ซึ่งครูผู้สอนอาจไม่ได้ให้นักเรียนแสดงเหตุผลจึงไม่รู้ว่าวิธีการหรือเหตุผลนั้นถูกหรือผิด ซึ่งทำให้ทั้งครูผู้สอนและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้น สิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่ได้เหตุผลที่ผิดก็คือ การได้คำตอบที่ผิดแต่สามารถค้นพบทราบถึงเหตุผลที่ผิดนั้นได้

จากการศึกษาหลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่าการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนครูเป็นบุคคลสำคัญที่จะทำให้นักเรียนเกิดทักษะได้มากน้อยเพียงใด ครูต้องตั้งคำถามที่ฝึกให้ผู้เรียนได้มีการหาเหตุผลมาตอบคำถามและควรเป็นคำถามแบบเปิดจะทำให้ผู้ได้ฝึกการให้เหตุผลเป็นอย่างมาก

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ในการวิจัยในครั้งนี้ใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไว้ดังนี้

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2549 : 16) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลจากการจัดการเรียนรู้ที่แต่ละคนได้ศึกษาเรียนรู้มาแล้วในอดีตหรือในปัจจุบัน โดยเป็นผลจากการประเมินความรู้

ทางเนื้อหาวิชาการเป็นหลัก เน้นความตรงเชิงเนื้อหาที่มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการศึกษาเป็นสำคัญ

อารมณ เพชรชื่น (2547 : 46 - 47) ได้ให้ความหมายว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลที่เกิดจากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทั้งที่โรงเรียนที่บ้านและสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ แต่คนส่วนมากเข้าใจว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเกิดจากการเรียนการสอนภายในโรงเรียน และในแง่ความรู้ความสามารถทางสมองเท่านั้น ความจริงแล้วความรู้สีก่านิยมและจริยธรรมต่าง ๆ ก็เป็นผลจากการเรียนการสอนซึ่งนับเป็นผลสัมฤทธิ์ด้วย

กระทรวงศึกษาธิการ (2546 : 13) ได้บัญญัติศัพท์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จหรือความสามารถในการกระทำใด ๆ ที่ต้องอาศัยทักษะ หรือ มิฉะนั้นต้องอาศัยความรู้ในวิชาใดวิชาหนึ่งโดยเฉพาะ

กู๊ด (Good, 1973 : 7 อ้างถึงใน ณัฐวุฒิ จันละมุด, 2554 : 48) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้หรือพัฒนาทักษะทางการเรียน ซึ่งโดยปกติพิจารณาจากคะแนนสอบหรือคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้หรือทั้งสองอย่าง

จากการศึกษาความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลที่เกิดจากการเรียนรู้ที่ผ่านมา ที่แสดงออกถึงความสามารถในเรื่องนั้น ๆ

หลักการในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 12 - 15) ได้กล่าวถึง การวัดและการประเมินผล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า ควรมีหลักการดังนี้

1. การวัดผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งเร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยใช้คำถามหรือตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเอง และระหว่างผู้เรียนกับครูผู้สอนผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ผู้สอนยังใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและพัฒนาทางด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อีกด้วย

2. การวัดผลประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดประเมินผลเพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้มาตรฐานการเรียนรู้และต้องแจ้งให้ผู้เรียนทราบโดยทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนได้ปรับปรุงตัวเอง

3. การวัดผลประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ตามสาระการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้ง 3 ด้าน งานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะดังนี้

3.1 สารในงานหรือกิจกรรมต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาหลายวิธี

3.3 เจื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเลือกอำนาจให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่นการพูด การเขียน การวาดรูป

3.5 งานหรือกิจกรรมควรใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องช่วยให้ได้ข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ทำเป็นการบ้าน การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน การทำโครงการ รวมทั้งการให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเอง การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสนเทศสามารถทำได้ 3 ลักษณะดังนี้

4.1 การประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความรู้ความสามารถและค้นหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียน ด้วยการสังเกต การสอบปากเปล่า หรือการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัย ทั้งนี้งานหรือคำถามที่มอบหมายควรมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาสาระที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ และครอบคลุมทักษะกระบวนการหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์

4.2 การประเมินเพื่อให้ได้ข้อมูลป้อนกลับ มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยเน้นการประเมินผลตามสภาพจริงที่ครอบคลุมทั้งการทดสอบ การนำเสนอหน้าชั้นเรียน การแก้ปัญหา การอภิปรายในชั้นเรียน หรือการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

4.3 การประเมินเพื่อตัดสินการเรียนรู้ มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจการประยุกต์ใช้ความรู้ความสามารถของผู้เรียนในรายวิชานั้น วิธีการประเมินควรพิจารณาจากการปฏิบัติงาน และการทดสอบที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้

5. การวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน การสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพจึงต้องวัดอย่างสม่ำเสมอ และนำผลที่ได้ไปใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งแบ่งการประเมินออกเป็น 3 ระยะดังนี้

5.1 การวัดผลประเมินผลก่อนเรียน เป็นการประเมินผลที่กำหนดไว้ก่อนเริ่มต้นการสอนแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทตามจุดมุ่งหมายการสอน

5.2 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียนหรือการวัดผลประเมินผลเพื่อปรับปรุงการสอน

5.3 การวัดผลประเมินผลหลังเรียน เพื่อนำผลที่ได้ไปสรุปผลการเรียน หรือเป็นการประเมินผลแบบสรุปวบรวมยอดหลังจากจบหน่วยการเรียนรู้/ภาคการศึกษา/ปีการศึกษา

สมนึก ภัททิยธนี (2546 : 15 - 17) กล่าวถึงหลักเบื้องต้นของการวัดผล ไว้ดังนี้

1. วัดให้ตรงกับจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน ต้องมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนว่าจะวัดอะไรหรือพฤติกรรมใด การวัดผลทำเพื่อมุ่งพัฒนาการเรียนการสอนในการวัด

2. เลือกใช้เครื่องมือที่ดีและเหมาะสม การเลือกเครื่องมือหรือวัดที่คุณภาพดี เพื่อให้ผลการวัดถูกต้องแม่นยำและเชื่อถือได้ และใช้เครื่องมือวัดใจหลาย ๆ อย่าง เพื่อช่วยให้การวัดถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

3. ระวังความคลาดเคลื่อนหรือความผิดพลาดของการวัด เนื่องจากเทคนิควิธีการวัดมีความสามารถในการวัดแตกต่างกัน ดังนั้นการเลือกเครื่องมือหรือวิธีการนั้น ๆ มาใช้ในการวัดผล จึงควรศึกษาถึงข้อดีข้อเสียของเครื่องมือหรือวิธีการนั้น ๆ อย่างถ่องแท้เสียก่อน จึงจะแก้ไขป้องกันข้อบกพร่องที่อาจจะเกิดขึ้นได้

4. การประเมินผลการวัดให้ถูกต้อง ผลการวัดที่ได้แต่ละครั้งส่วนใหญ่เป็นคะแนนที่ใช้เป็นตัวแทนของจำนวนหรือระดับของคุณลักษณะที่ต้องการจะวัด การนำผลไปใช้อธิบายหรือเปรียบเทียบความสามารถต่าง ๆ ของนักเรียนจะกระทำได้อย่างถูกต้องย่อมขึ้นกับหลักเกณฑ์ที่ใช้และความสมเหตุสมผล

5. ใช้ผลการวัดให้คุ้มค่า การวัดผลการเรียนการสอนในแต่ละครั้งไม่ได้มีจุดมุ่งหมายเพื่อนำมาตัดสินผลการเรียนเท่านั้น แต่สามารถนำผลการวัดนั้นมาปรับปรุงการสอนของครูเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องหรือปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาหลักการในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถสรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต้องให้ตรงกับวัตถุประสงค์จุดมุ่งหมาย และคุณลักษณะที่ต้องการวัด ควรใช้เครื่องมือวัดที่มีคุณภาพและเหมาะสม สามารถนำผลที่ได้จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาใช้ปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น

คุณลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 194 - 195) กล่าวว่า คุณลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี พิจารณาได้ดังนี้

1. ความตรง แบบทดสอบที่มีความตรง เป็นแบบทดสอบที่สามารถนำไปวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้อง ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัด ครอบคลุมเนื้อหาที่มีในหลักสูตร

2. ความเชื่อมั่น แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่น เป็นแบบทดสอบที่สามารถให้ผลการวัดได้คงที่ ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง

3. ความเป็นปรนัย แบบทดสอบที่มีความเป็นปรนัย เป็นแบบทดสอบที่มีคำถามชัดเจน สามารถตรวจให้คะแนนและแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน

4. การถามลึก หมายถึง ถามให้ครอบคลุมพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า

5. ความยุติธรรม คำถามของแบบทดสอบต้องไม่มีช่องทางชี้แนะให้เดาได้ถูกต้องและต้องเป็นข้อสอบที่ไม่มีความลำเอียงต่อกลุ่มนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยเฉพาะ

6. อำนาจจำแนก แบบทดสอบนี้สามารถแยกนักเรียนได้ว่าใครเก่งใครอ่อนโดยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็นประเภท ๆ ได้ทุกระดับอย่างละเอียด ตั้งแต่อ่อนสุดจนถึงเก่งสุด

7. ความยากง่ายพอเหมาะ แบบทดสอบนี้ต้องไม่ยากเกินไปและไม่ง่ายเกินไป

8. ความยั่วยุ หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุกเพลิดเพลินไม่รู้สึกลำบากในการทำแบบทดสอบ

9. ประสิทธิภาพ เป็นแบบทดสอบที่มีจำนวนข้อพอประมาณ จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจให้คะแนนได้รวดเร็ว รวมถึงสิ่งแวดล้อมในการสอบที่ดี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 162 - 163) กล่าวว่า การเลือกใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนควรพิจารณาในด้านความเที่ยงตรงในการวัดเนื้อหาหรือประสพการณ์การเรียนรู้ การวัดพฤติกรรม การวัดสภาพที่แท้จริง คุณลักษณะหรือความสามารถของนักเรียน นอกจากนี้ข้อสอบในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนควรมีค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง 0.20 - 0.80 ถ้าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้อใดอยู่นอกขอบเขตนี้ถือว่ายากหรือง่ายเกินไปครูผู้สอนไม่ควรนำมาใช้

บุญชม ศรีสะอาด (2546 : 122 - 123) ได้เสนอกรอบแนวคิดที่ใช้เป็นแนวในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลนั้น นิยมสร้างโดยยึดตามการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาด้านพุทธิพิสัยของ Bloom ที่จำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาด้านพุทธิพิสัยออกเป็น 6 ประเภท ได้แก่ 1) ความรู้ (Knowledge) 2) ความเข้าใจ (Comprehension) 3) การนำไปใช้ (Application) 4) การวิเคราะห์ (Analysis) 5) การสังเคราะห์ (Synthesis) 6) การประเมินค่า (Evaluation)

จากการศึกษาคุณลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถสรุปได้ว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี ต้องวัดได้ถูกต้องตรงตามจุดประสงค์ของการเรียน มีความคงที่ในการวัด ใช้คำถามที่ชัดเจนครอบคลุมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างเหมาะสม

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

บุญชม ศรีสะอาด (2546 : 56 - 58) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. วิเคราะห์จุดประสงค์เนื้อหาวิชาและทำตารางกำหนดลักษณะข้อสอบ ขั้นแรกสุดต้องทำการวิเคราะห์ว่าวิชาหรือหัวข้อที่สร้างข้อสอบวัดผลนี้มีจุดประสงค์ของการสอนหรือจุดประสงค์การเรียนรู้จะอะไรบ้างทำการวิเคราะห์เนื้อหาวิชาว่ามีโครงสร้างอย่างไรจัดเขียนหัวข้อใหญ่หัวข้อย่อย

ทุกหัวข้อพิจารณาความเกี่ยวข้องความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเหล่านั้นจากนั้นก็จัดทำตารางกำหนดลักษณะข้อสอบหรือที่เรียกว่าตารางวิเคราะห์หลักสูตรตารางนี้มี 2 มิติ คือ ด้านเนื้อหา กับ สมรรถภาพที่ต้องการวัดเขียนหัวข้อเนื้อหาที่เป็นหัวข้อเรื่องใหญ่ ๆ ตามหลักสูตรวิชานั้นลงไปในแต่ละแถวของตารางตามลำดับ ส่วนด้านบนจะเป็นสมรรถภาพซึ่งได้จากการวิเคราะห์จุดประสงค์และในการทำตารางกำหนดลักษณะของข้อสอบนั้นขั้นแรกสุดพิจารณาว่าจะออกข้อสอบทั้งหมดกี่ข้อ เขียนจำนวนข้อลงในช่องรวมช่องสุดท้าย จากนั้นพิจารณาว่าหัวข้อเรื่องใดสำคัญมากน้อยเขียนลำดับความสำคัญลงไปแล้วกำหนดจำนวนข้อสอบที่จะวัดในแต่ละหัวข้อตามอันดับความสำคัญจากนั้นกำหนดจำนวนข้อในแต่ละช่องจำนวนข้อสอบที่จะวัดในแต่ละช่องขึ้นอยู่กับว่าเรื่องนั้นต้องการให้เกิดสมรรถภาพในด้านใดมากกว่ากัน การวิเคราะห์จุดประสงค์ในการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแนวความคิดในการวัดที่นิยมกันได้แก่การเขียนข้อสอบวัดตามการจัดประเภทจุดประสงค์ทางการศึกษาด้านพุทธิพิสัย (Cognitive) ซึ่งจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาด้านพุทธิพิสัยออกเป็น 6 ประเภท ได้แก่ วัดด้านความรู้ ความจำ (Knowledge) วัดด้านความเข้าใจ (Comprehension) วัดด้านการนำไปใช้ (Application) วัดด้านการวิเคราะห์ (Analysis) วัดด้านสังเคราะห์ (Synthesis) และด้านประเมินค่า (Evaluation)

2. กำหนดแบบของข้อคำถามและศึกษาวิธีการเขียนข้อสอบทำการพิจารณาและตัดสินใจว่าจะใช้ข้อคำถามรูปแบบใดศึกษาวิธีการเขียนข้อสอบ ศึกษาวิธีการเขียนข้อสอบหลักการเขียนคำถามสมรรถภาพต่าง ๆ ศึกษาเทคโนโลยีในการเขียนข้อสอบเพื่อนำมาใช้เป็นหลักในการเขียนข้อสอบ

3. เขียนข้อสอบโดยใช้ตารางกำหนดลักษณะของข้อสอบที่จัดทำไว้ขั้นที่ 1 เป็นกรอบซึ่งจะทำให้สามารถออกข้อสอบวัดได้ครอบคลุมทุกหัวข้อเนื้อหา และทุกสมรรถภาพส่วนรูปแบบ และเทคนิคในการเขียนข้อสอบยึดตามที่ศึกษาในขั้นที่ 2

4. ตรวจสอบข้อสอบนำข้อสอบที่ได้เขียนไว้ในขั้นที่ 3 มาพิจารณาทบทวนอีกครั้งหนึ่งโดยพิจารณาความถูกต้องตามตารางกำหนดลักษณะข้อสอบหรือไม่ภาษาที่ใช้เขียนมีความชัดเจนเข้าใจง่ายเหมาะสมดีแล้วหรือไม่ ตัวถูกตัวลวงเหมาะสมกับเข้ากับหลักเกณฑ์หรือไม่ หลังพิจารณาข้อบกพร่องแล้วนำเอาข้อวิจารณ์นั้นมาพิจารณาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

5. พิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง นำข้อสอบทั้งหมดมาพิมพ์เป็นแบบทดสอบโดยพิมพ์คำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีการทำแบบทดสอบไว้ที่ปกของแบบทดสอบอย่างละเอียดและชัดเจนการจัดพิมพ์รูปแบบให้เหมาะสม

6. ทดลองใช้วิเคราะห์คุณภาพและปรับปรุงนำแบบทดสอบไปทดลองกับกลุ่มที่คล้ายกันกับกลุ่มตัวอย่างที่จะสอบจริงซึ่งได้เรียนในวิชาเนื้อหาที่จะสอบแล้วนำผลการสอบมาตรวจให้คะแนนทำการวิเคราะห์คุณภาพคัดเลือกเอาข้อที่มีคุณภาพเข้าเกณฑ์ตามจำนวนที่ต้องการถ้าข้อที่เข้าเกณฑ์มีจำนวนมากว่าที่ต้องการก็ตัดข้อที่มีเนื้อหามากกว่าที่ต้องการซึ่งเป็นข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกต่ำสุดออกตามลำดับนำเอาผลการสอบที่คิดเฉพาะข้อสอบเข้าเกณฑ์เหล่านั้นมาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น

7. พิมพ์แบบทดสอบฉบับจริง นำข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกและระดับความยากเข้าเกณฑ์ตามจำนวนที่ต้องการในขั้นตอนที่ 6 มาพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับที่จะใช้จริงซึ่งจะต้องมีคำชี้แจงวิธีทำด้วยและในการพิมพ์นอกจากใช้รูปแบบที่เหมาะสมแล้วควรคำนึงถึงความสะดวกในการใช้ซึ่งจะต้องตรวจทานให้ดี

สมนึก ภักดิ์ทิพย์ (2551 : 97) ได้กล่าวสรุปถึงการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า

1. ครูผู้สอนควรทำความเข้าใจข้อสอบแต่ละชนิดและทุกครั้งที่จะออกข้อสอบชนิดใดควรคำนึงถึงหลักการออกข้อสอบชนิดนั้น ๆ ด้วย

2. ข้อสอบชนิดใดก็ตามหากมีคุณสมบัติเป็นไปตามคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีหลายประการก็เป็นข้อสอบที่ดีมากเท่านั้น

3. ปัจจุบันนักเรียนมีจำนวนมากการพิมพ์และการตรวจข้อสอบสามารถใช้เครื่องจักรกลแทนการตรวจด้วยคนจึงควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ

4. โดยทั่วไปในการสอบแต่ละครั้งน่าจะใช้ข้อสอบเพียง 2 ชนิดก็มีประสิทธิภาพเพียงพอแล้วได้แก่ข้อสอบอัตนัยหรือความเรียงกับข้อสอบแบบเลือกตอบส่วนข้อสอบชนิดอื่น ๆ น่าจะใช้เป็นเพียงแบบฝึกหัดหรืออาจจะใช้งานทดสอบย่อยเพื่อย้ำจุดใจให้นักเรียนสนใจในวิชาที่กำลังสอนและสามารถพัฒนาให้เป็นข้อสอบ 2 ชนิดนี้กล่าวคือ

4.1 ถ้าเป็นข้อสอบแบบกาถูก - กาผิดควรพัฒนาให้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ

4.2 ถ้าเป็นข้อสอบแบบจับคู่ควรพัฒนาให้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกคงที่

4.3 ถ้าเป็นข้อสอบเติมคำหรือตอบสั้น ๆ ควรพัฒนาให้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ (ถ้าให้ตอบสั้น ๆ) หรือแบบอัตนัย (ถ้าให้ตอบยาว ๆ)

อรุณ ศรีสะอาด และคณะ (2550 : 38 - 39) ได้เสนอถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของการสอบให้ชัดเจนว่าจะสอบใคร อยู่ระดับชั้นใด เพื่ออะไร

2. วิเคราะห์หลักสูตรและทำตารางวิเคราะห์หลักสูตร

3. กำหนดชนิดของแบบทดสอบและศึกษาวิธีเขียน

4. เขียนข้อสอบตามชนิดของแบบทดสอบ โดยให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายและตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5. ตรวจทานข้อสอบโดยพิจารณาถึงความถูกต้องตามหลักวิชา มุ่งวัดเนื้อหาและพฤติกรรมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรหรือไม่ ภาษาที่ใช้ชัดเจนถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ซึ่งอาจตรวจทานข้อสอบโดยผู้ออกข้อสอบเองกรณีนี้ผู้ออกข้อสอบควรจะได้พักสมองระยะหนึ่ง เพื่อไม่ให้หมกมุ่นหรือให้มีจิตใจและสมองปลอดโปร่งและการตรวจทานข้อสอบอีกกรณีหนึ่งคือโดยให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแก้ไข

6. ทดลองใช้และวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อพัฒนาข้อสอบให้มีคุณภาพ

7. พิมพ์แบบทดสอบ ควรเรียงข้อสอบจากง่ายไปหายากหรือเรียงตามเนื้อหาก็ได้

จากการศึกษาการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถสรุปได้ว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบที่มีความสำคัญ มีคุณค่าต่อการวัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียน นอกจากจะต้องอาศัยหลักการสร้างที่มีประสิทธิภาพและขั้นตอนการสร้างที่ดีแล้ว จะต้องมีการวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อเป็นการตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบที่สร้างขึ้น ก่อนนำไปใช้จริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

ไมตรี อินประสิทธิ์ (2546) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาและชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้ปัญหาแบบปลายเปิด (Open-Ended Problems) และการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) เพื่อสร้างโมเดลการพัฒนากระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการบูรณาการปัญหาปลายเปิดกับยุทธวิธีเมตาคอกนิชัน (Metacognitive Strategy) กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 - 6 จำนวน 24 คน และมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 รวม 24 คน ผลการศึกษาพบว่า 1) การที่ผู้วิจัยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหาและใช้การวิเคราะห์โปรโตคอลเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยเน้นเฉพาะกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นผลให้ผู้วิจัยสามารถรู้ถึงนักเรียนผู้ใดเกิดการเรียนรู้แบบมีความตระหนักในความคิด หรือไม่มีความตระหนักในการคิดหรือรู้ถึงนักเรียนผู้ใดมีความตระหนักในการคิดในระหว่างการแก้ปัญหาหรือไม่ และยังพบว่าปัญหาปลายเปิดทุกปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เหมาะสมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักในการคิด โดยปัญหาปลายเปิดแต่ละปัญหามีผลทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แบบมีความตระหนักในการคิดหรือไม่ มีความตระหนักในการคิดมากน้อยแตกต่างกัน ปัญหาที่ผู้เรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักในการคิดมากที่สุดสำหรับชั้นประถมศึกษาคือ ปัญหาเรื่องการเคลื่อนที่ของหนอนคืบ และสำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นคือ ปัญหาเรื่องสายโทรศัพท์และแม่เหล็กติดกระดาษ ส่วนปัญหาที่ผู้เรียนทั้งระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นเกิดกระบวนการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักในการคิดน้อยที่สุดคือปัญหาเรื่องเรขาคณิต 2) ในการสร้างโมเดลการพัฒนากระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนต้องคำนึงถึงองค์ประกอบทางสังคมและวัฒนธรรมในชั้นเรียน ความเชื่อและประสบการณ์เดิมของครูและนักเรียน เพราะจากการศึกษาพบว่าปัจจัยดังกล่าวมีอิทธิพลต่อกลวิธีการสอนของครูและยุทธวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2550) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ซึ่งมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อ 1) พัฒนาแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และ 2) พัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพที่ทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 และ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ จังหวัดขอนแก่น โดยครูจัดกิจกรรมการสอน จำนวน 6 หน่วยการเรียนรู้ เรื่องเรขาคณิต ผลการศึกษาแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของแผนการสอน พบว่า จากการพัฒนาแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad คือ แผนการสอนช่วยให้ครูสามารถคาดคะเนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจริงได้ ช่วยให้ครูเปลี่ยนบทบาทของตนเองจากการบรรยายเป็นการสำรวจหรือกระตุ้นแนวคิดของนักเรียนในระหว่างดำเนินการสอนและเป็นแผนการสอนที่พัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยทราบจากผลการวิเคราะห์กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมการสำรวจ คือ สังเกตลักษณะของรูปที่ปรากฏบนคอมพิวเตอร์ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของรูปและหาความสัมพันธ์ของรูปนั้น ๆ ซึ่งพฤติกรรมนี้จะเกิดขึ้นในช่วงเริ่มของการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหานักเรียน คือ เป็นวิธีการในการหาคำตอบของนักเรียนโดยใช้เกณฑ์ที่นักเรียนในกลุ่มสร้างขึ้นร่วมกัน การให้เหตุผลของนักเรียนคือ เป็นการให้เหตุผลของนักเรียนในช่วงของการตัดสินใจในการหาวิธีการแก้ปัญหากลุ่มและการอธิบายวิธีคิดของกลุ่มในช่วงการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน การตรวจสอบคือ นักเรียนมีการกลับมาตรวจสอบคำตอบของกลุ่มว่าสิ่งที่ทำไปถูกต้องหรือไม่

วายุศร รมศึก (2550) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาบทบาทของครูที่ใช้การประสมประสานการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่สอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดการวิจัยเป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาบทบาทของครูโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ กิ่งอำเภอซำสูง จังหวัดขอนแก่น ที่ใช้การผสมผสานการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่สอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดการเก็บข้อมูลจัดเก็บโดยเน้นการสังเกตพฤติกรรมหรือบทบาทที่ครูแสดงออกในระหว่างร่วมสร้างแผนการสอน และระหว่างที่สอน กลุ่มเป้าหมายเป็นครูประจำการและ/หรือนักวิจัยของโครงการพัฒนาวิชาชีพ Lesson Study ซึ่งทำงานร่วมกับครูเสมือนว่าเป็นครูคนหนึ่งโดยสอนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เก็บข้อมูลโดยการบันทึกแถบวีดิทัศน์และแถบบันทึกเสียง ผลการวิจัยพบว่า บทบาทการสอนของครูที่ใช้การสอนแบบเปิดสามารถพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยครูต้องเตรียมสิ่งแวดล้อมเพื่อเอื้อหรือเพื่อสนับสนุนการนำเสนอแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดรับฟังแนวคิดของนักเรียนและแลกเปลี่ยนแนวคิดของนักเรียน แต่ครูขัดจังหวะเพื่อเสนอแนวทางที่ครูประเมินว่าดีกว่า ลดการ

พุทธระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาถามนักเรียนโดยใช้คำถามที่สร้างจากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อดึงแนวคิดของนักเรียนต่อการเรียนด้วยการนี้ทำให้นักเรียนมีบทบาทในการเรียนมากขึ้น

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคลแล้วบันทึกคะแนนในแบบสังเกตพฤติกรรม ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เมื่อปฏิบัติกิจกรรมครบได้ทำการสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

สุภาพร แนนอุดร (2550) ได้ศึกษาการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด (Open Approach) ในกลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านบึงเนียม บึงไคร์นุ่น พบว่า 1) การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ขอนกลางสร้างสุขภาพชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ด้วยวิธีแบบเปิด เป็นการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มีลำดับขั้นตอนชัดเจนโดยมีกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ (1) ขั้นสถานการณ์ปัญหาเป็นขั้นที่ผู้เรียนจะได้พบกับสถานการณ์ปัญหา ทบทวนความรู้เดิม โดยการใช้สถานการณ์ปัญหาและคำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียน (2) ขั้นสืบเสาะหาข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาจากการเสนอสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเกิดความคิดแก้ปัญหา ทำให้เกิดความสนใจและมีแรงจูงใจอยากรู้ อยากเห็นเพื่อที่จะขจัดปัญหา และกิจกรรมกลุ่มย่อยนักเรียนได้พูดคุย ซักถาม อภิปรายโต้แย้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเหล่านั้นในเวลาเรียนวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจนและรวดเร็วขึ้น กิจกรรมกลุ่มใหญ่ระดับชั้นนักเรียนที่เป็นตัวแทนกลุ่มสามารถนำเสนอผลงานของกลุ่มได้แสดงให้เห็นว่านักเรียนในกลุ่มได้มีการช่วยเหลือกันในการทำให้สมาชิกในกลุ่มทุกคนมีความเข้าใจในวิธีดำเนินการแก้ปัญหาที่กลุ่มได้ร่วมกันสร้างขึ้น นอกจากนั้นครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาเพิ่มเติม นักเรียนพยายามค้นหาวิธีการใหม่ ที่แตกต่างจากวิธีการเดิม และ (3) ขั้นสรุปขยายปัญหาใหม่เพื่อพัฒนา ผลการสร้างปัญหาใหม่ เป็นขั้นที่ช่วยให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดหลักการ เนื้อหาสาระการเรียนรู้ ขั้นตอนและแนวทางแก้ปัญหา นักเรียนจะสรุปตามที่นักเรียนเข้าใจถึงแม้ว่าการใช้ภาษาของนักเรียนยังไม่ชัดเจน ไม่ครอบคลุม ไม่เป็นระบบเท่าที่ควร ครูต้องใช้คำถามนำ เพื่อช่วยให้นักเรียนสรุปได้และเพื่อให้เกิดความคิดที่เป็นระบบยิ่งขึ้น เกิดการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น และในแต่ละขั้นตอนมีกิจกรรมต่าง ๆ ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทักษะภาษาไทย ครอบคลุมสาระการเรียนรู้ทั้ง 5 สาระ คือ สาระที่ 1 การอ่าน สาระที่ 2 การเขียน สาระที่ 3 การฟังการดู และการพูด สาระที่ 4 หลักการใช้ภาษา และสาระที่ 5 วรรณคดีและวรรณกรรม ช่วยให้นักเรียนได้ทั้งกระบวนการ

คิดและกระบวนการในการทำงานเป็นกลุ่มในการเรียนรู้ 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 79.88 และจำนวนนักเรียนร้อยละ 85.00 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไป

ไพจิตร บ้านเหล่า (2551) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการคิดโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด (Open Approach) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ด้านทักษะการคิดนักเรียนมีทักษะการคิดผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70 โดยมีคะแนนอยู่ที่ร้อยละ 70.67 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 ซึ่งถือว่าผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหน่วยการเรียนรู้เรื่องพลเมืองดี สถานภาพบทบาทสิทธิเสรีภาพของพลเมืองตามวิถีประชาธิปไตยและหน่วยการเรียนรู้เรื่องวิถีไทย สถาบันทางสังคมภูมิปัญญาไทย ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70 โดยมีคะแนนอยู่ที่ร้อยละ 77.55 ของคะแนนเต็ม และจำนวนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 85 ซึ่งถือว่าผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมด

จิตติมา ขอบเอียด (2551) ได้ศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

นภาพร วรเนตรสุดาทิพย์ และคณะ (2552) ศึกษาเรื่อง การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) : กรณีศึกษาโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับประถม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีอิสระในการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง เกิดทักษะกระบวนการคิด มีความคิดที่หลากหลาย คิดเป็นระบบ คิดสร้างสรรค์และคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหา มีระบบการทำงานเป็นกลุ่ม ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีความสุขในการทำกิจกรรม

พรพกา ขำนาญวงษ์ (2552) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบขั้นทั้งสี่ของอริยสัจ สอดแทรกวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการคิดขั้นสูง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบขั้นทั้งสี่ของอริยสัจ สอดแทรกวิธีการแบบเปิดหน่วยการเรียนรู้เรื่องความหลากหลายทางชีวภาพ จำนวนนักเรียนทั้งหมด 26 คน มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 19 คน คิดเป็นร้อยละ 73.07 มีผลสัมฤทธิ์ด้านทักษะการคิดผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 76.92 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

พุทธชาติ ชุมแวงวาปี (2554) ได้ศึกษาการพัฒนาหน่วยการเรียนรู้แบบย้อนกลับ (Backward Design) เรื่องชีวิตสุขีตามวิถีพอเพียงด้วยการสอนแบบเปิด (Open Approach) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า 1) หน่วยการเรียนรู้แบบย้อนกลับ เรื่องวิถีชีวิตสุขีตามวิถีพอเพียงมีกระบวนการของการพัฒนาหน่วยตามขั้นตอน วิเคราะห์และระบุมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด กำหนดผังมโนทัศน์ และชื่อหน่วยการเรียนรู้ กำหนดสาระสำคัญ ทักษะ/กระบวนการ คุณลักษณะกำหนดชิ้นงาน/ภาระงาน กำหนดประเด็นและเกณฑ์การประเมินกำหนดเวลาเรียน และจัดการเรียนรู้ด้วยการสอนแบบเปิด คิดเป็นค่าเฉลี่ย 4.83 อยู่ระดับความคิดเห็นมากที่สุด 2) นักเรียนร้อยละ 90.10 มีการพัฒนาด้านทักษะการคิดวิเคราะห์ร้อยละ 89.50 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ร้อยละ 80/70 และ 3) นักเรียนร้อยละ 78.95 มีพัฒนาการด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คิดเป็นร้อยละ 81.66 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ร้อยละ 70/70

ณิศรา สุทธิสังข์ (2555) ศึกษาเรื่องกระบวนการนามธรรมของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดด้วยวิธีการแยกและสร้างจำนวนเพื่อเตรียมเครื่องมือในการสร้างความคิดรวบยอดเรื่องจำนวน ผลการวิจัยพบว่า ภายใต้ชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดผลักดันให้เกิดกระบวนการนามธรรมของนักเรียนและสามารถพิจารณาวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อสร้างความคิดรวบยอดในกรณีเรื่องจำนวน นักเรียนพิจารณาถึงวิธีการที่แตกต่างทั้งหมดที่เกิดขึ้นให้ผลลัพธ์เดียวกันโดยนักเรียนพิจารณาแนวคิดของการแยกจำนวนและสร้างจำนวนจากการใช้วิธีการแยกจำนวน

งานวิจัยต่างประเทศ

Nohda (2000) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ยุทธวิธีและอุปสรรคของนักเรียนในการแก้ปัญหาซึ่งมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการพิจารณาเพื่อปรับปรุงการเรียนและการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเหมือนกับว่า ยุทธวิธีและอุปสรรคเหล่านี้ได้รับอิทธิพลอย่างมากจากปัจจัยทางสังคมและวัฒนธรรม เช่น ภาษา สัญลักษณ์ และการแสดงแทน ในการศึกษาครั้งนี้มีการวางแผนเพื่อให้ผลกระทบเกิดความชัดเจนซึ่งเป็นผลกระทบที่มีต่อการสอนของครูในการแก้ปัญหานักเรียนโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิดโดยเฉพาะการแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการใช้รูปแบบของคณิตศาสตร์ที่รวมอยู่ในการแก้ปัญหา ผู้ศึกษามีความตระหนักอย่างยิ่งต่อกระบวนการสารสนเทศ ซึ่งประกอบด้วยการสื่อสารและการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างการอธิบายของครู และวิธีการเข้าถึงการแก้ปัญหานักเรียน

Tougaw (1994 อ้างถึงใน วารินทร์ แก้วอุไร และคณะ, 2547) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนโดยใช้วิธีแก้ปัญหาแบบเปิดในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการศึกษาถึงพฤติกรรมของการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดนั้นหมายถึงการสืบค้น การสร้างข้อคาดเดา การอภิปราย การพิสูจน์ การค้นพบ และการหาสรุปทั่วไป

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำเป็นต้องใช้ความรู้ทักษะกระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ซึ่งผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนคณิตศาสตร์และส่งผลที่แตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

Becker & Shimada (1997) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ที่มีมาก่อน ทักษะและวิธีการคิดมาบูรณาการเข้าด้วยกัน และเชื่อว่าการสอนโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธีปฏิบัติ และอาจจะช่วยลดช่องว่างระหว่างการสอนจริงกับมุมมองของหลักสูตร

Conway (1999) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งทราบได้จากการวัดลักษณะการคิด 3 ลักษณะ ได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม รวมทั้งพิจารณาจากการแสดง กลุ่มหรือหมวดหมู่ของคำตอบที่เป็นไปได้จากการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งผู้วิจัยสามารถวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียนจากการวิจัยพบว่าสามารถวัดทักษะในการแก้ปัญหของนักเรียนได้จากลักษณะการคิดทั้ง 3 ลักษณะ คอนเวย์เชื่อว่าความสามารถในการคิดถึง 3 ลักษณะนี้ช่วยในการส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกภูมิใจกับความสามารถในการแก้ปัญหของตน และผู้ที่เป็นนักแก้ปัญหาที่ดีและประสบความสำเร็จจะต้องเป็นผู้ที่สามารถประยุกต์และมีวิธีการหลากหลายในการแก้ปัญหา

Groot (1999 อ้างถึงใน ลัดดา ศิลาโน้อย, 2549) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามปลายเปิดและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการเชิงปฏิบัติการในการวิจัย ผลการวิจัยพบว่า การใช้คำถามปลายเปิดและการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีผลต่อการเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถในการทำคณิตศาสตร์และทัศนคติของนักเรียนรวมถึงมีผลต่อบรรยากาศการเรียนรู้ในห้องเรียน

Kwan, Jung & Jee (2006) ศึกษาเรื่อง ผลการใช้กระบวนการแบบปลายเปิดที่มีต่อการคิดอย่างอิสระในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ปัญหาปลายเปิดสามารถทำให้นักเรียนได้คำตอบต่าง ๆ หรือวิธีการต่าง ๆ ที่หลากหลาย นอกจากนี้ยังสามารถนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการพัฒนาข้อสรุปที่แตกต่างกันของนักเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาประโยชน์จากปัญหาปลายเปิดนั่นคือทำให้นักเรียนทุกคนไม่ว่าจะเก่งหรืออ่อนในวิชาคณิตศาสตร์สามารถที่จะลองและค้นหาคำตอบของตัวเองเพื่อแก้ปัญหตามความสามารถของตนเองอย่างอิสระและนี่คือเหตุผลที่ปัญหาปลายเปิดสามารถนำมาใช้ได้ง่ายสำหรับการเรียนการสอนที่นักเรียนมีความแตกต่างกัน

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดทำให้นักเรียนมีผลการเรียนที่สูงขึ้นกว่าเดิม นักเรียนมีการช่วยเหลือกันในกระบวนการกลุ่ม นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม การใช้วิธีการแบบเปิดยังช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในหลาย ๆ ด้าน รวมถึงทักษะในการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อีกด้วย



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี

Copyright© Suratthani Rajabhat University

All Right Reserved